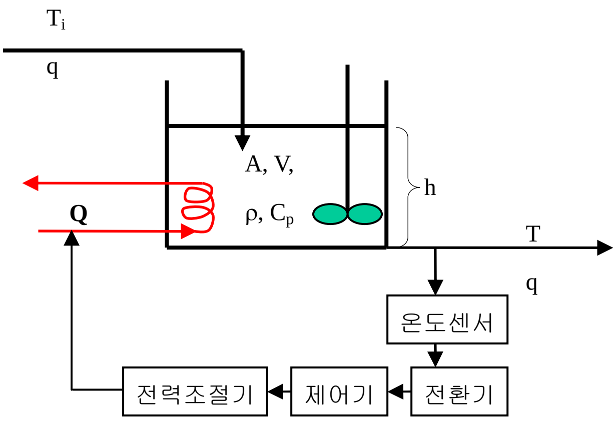
모든 문제의 계산과정을 답안지에 자세히 명시할 것!!!

1. 다음에 대하여 설명하시오 **(15).**

1) 화학공학에 있어서 공정 모델링이란 무엇이지 구체적으로 예를 들어가면서 설명하시오 (5).

2) 라플라스변환의 목적, 물리적 의미, 수학적 정의, 특성 그리고 단점 등에 관하여 설명하시오 (10).

2. 주어진 그림은 열교환기의 자동온도제어 시스템이다. 다음에 답하시오 **(70).**



1) 주어진 그림을 바탕으로 블록선도를 그려보세요.

2) 앞에서 그린 블록선도는 closed loop 인지 open loop 인지 답하고 그 이유를 설명하시오.

Closed loop, feedback 제어기가 설치되어 있으므로

3) 이 온도제어 장치에서 제어변수, 외부교란변수 그리고 조절변수는 무엇인가?

제어변수**: T,**

외부교란변수**: T_i (q** 가 일정하다면**)**

조절변수**: Q**

4) 이 열교환기로 유입되는 부피유속 (q) 과 유출되는 부피유속 (q) 이 같다면, 그리고 밀도가 일정하다고 하면, 시간에 따른 공정내 질량변화는 없다. 즉, $\rho \frac{dV}{dt} = 0$. 이러한 상태를 무슨 상태라고 하는가? 공정내 온도는 시간에 따라서 변하는데 이러한 상태는 무엇이라고 하는가?

정상상태 **(steady-state),** 비정상상태 **(unsteady-state)**

5) 그림에서 보여주는 온도제어방식은 feedforwad 인지 feedback 방식인지 밝히고, 그 이유를 쓰시오.

Feedback control, 제어변수인 공정의 온도를 측정하여 제어기를 통해 제어하는 방식이므로

6) 이 온도제어 시스템에 관하여 물질수지식과 에너지 수지식을 유도하시오. 단 물질수지식에서 축적항 $\rho \frac{dV}{dt} = 0$ 이다.

$$A \frac{dh}{dt} = q - q = 0$$

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \rho q C_p (T_i - T) + Q$$

7) 위에서 구한 2개의 수지식에서 변수는 무엇이고, 변수수는 몇 개인가? 자유도는 몇 개인가? 단, 밀도 (ρ), 액상의 열용량 (C_p), 탱크 단면적 (A) 은 상수이다.

변수**: h, q, T, T_i, Q** 이지만**, h** 와 **q** 는 일정하므로 상수로 볼 수 있고, 따라서 **T, T_i, Q** 총 **3**개이다**.**

자유도 **= 3 – 1 =2**

8) 위 변수에서 출력변수와 입력변수는 각각 어떤 것들인가?

출력변수**:** 온도 **T**

입력변수**: T_i, Q**

9) 유입되는 액체의 온도 (T_i) 는 외부교란변수일 때, 제어변수와 조절변수는 무엇인가?

제어변수: 온도 T

조절변수: Q

10) 만일 외부에서 공급하는 열량 (Q) 은 공정의 온도 (T) 의 제곱에 반비례한다고 한다. 즉 $Q = \frac{a}{T^2}$ 이고, a 는 상수이다. 공급되는 열량 Q 를 초기온도 T_s 에서 선형화하고, 위에서 구한 에너지 수지식을 재정리하시오.

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \rho q C_p (T_i - T) + \frac{a}{T^2}$$

위 식에서 비선형식인 $\frac{a}{T^2}$ 항은 다음과 같이 선형화된다.

$$\frac{a}{T^2} \cong \frac{-2a}{T_s^3}(T - T_s) + \frac{a}{T_s^2} \qquad \textbf{(2-2)}$$

식(2) 를 식(1) 에 대입하여 정리하면,

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \rho q C_p (T_i - T) + \frac{-2a}{T_s^3}(T - T_s) + \frac{a}{T_s^2} \qquad \textbf{(2-3)}$$

11) 편차함수 $\bar{T}(t) = T(t) - T_s$, $\bar{T}_i(t) = T_i(t) - T_{is}$ 라고 하고, 선형화된 에너지 수지식을 편차함수를 이용하여 표준화하시오.

정상상태에서 식 (2-3) 은 다음과 같이 표현된다.

$$\rho V C_p \frac{dT_s}{dt} = \rho q C_p (T_{is} - T_s) + \frac{-2a}{T_s^3}(T_s - T_s) + \frac{a}{T_s^2} = 0 \qquad \textbf{(2-4)}$$

식(2-3) 에서 식(2-4) 를 빼면,

$$\rho V C_p \frac{d\bar{T}}{dt} = \rho q C_p (\bar{T}_i - \bar{T}) + \frac{-2a}{T_s^3}\bar{T} \qquad \textbf{(2-5)}$$

12) 위에서 표준화된 식을 라플라스 변환하시오. 단, $\frac{\rho V C_p}{\rho q C_p} = \tau$, $\frac{-2a}{\rho q C_p T_s^3} = k_1$ 으로 정의하여 간단히 한 후, 식을 정리하시오. 또한 필요에 따라 복잡한 상수항을 새로운 상수로 정의하여 최대한 간단하게 전개하시오.

식(2-4) 의 양변을 $\rho q C_p$ 로 나누면,

$$\frac{\rho V C_p}{\rho q C_p}\frac{d\bar{T}}{dt} = (\bar{T}_i - \bar{T}) + \frac{-2a}{\rho q C_p T_s^3}\bar{T}$$

위식을 주어진 문자로 간단하게 정리하면 $\tau \frac{d\bar{T}}{dt} = (\bar{T}_i - \bar{T}) + k_1 \bar{T}$ 이다.

위식을 라플라스변환하여 정리하면,

$$\tau s \bar{T}(s) = \bar{T}_i(s) - \bar{T}(s) + k_1 \bar{T}(s)$$

$$\bar{T}(s)(\tau s + 1 - k_1) = \bar{T}_i(s)$$

$$\bar{T}(s) = \frac{\bar{T}_i(s)}{(\tau s + 1 - k_1)} \qquad \textbf{(2-6)}$$

13) $T_i(s)=\dfrac{K}{s}$ 라고 할때, 표준화된 온도에 관한 함수의 초기치와 최종치를 구하시오.

식**(2-6)** 에 주어진 식을 대입하면 다음과 같다.

$$\bar{T}(s)=\frac{K}{s(\tau s+1-k_1)}$$

따라서 초기치와 최종치는 다음과 같다.

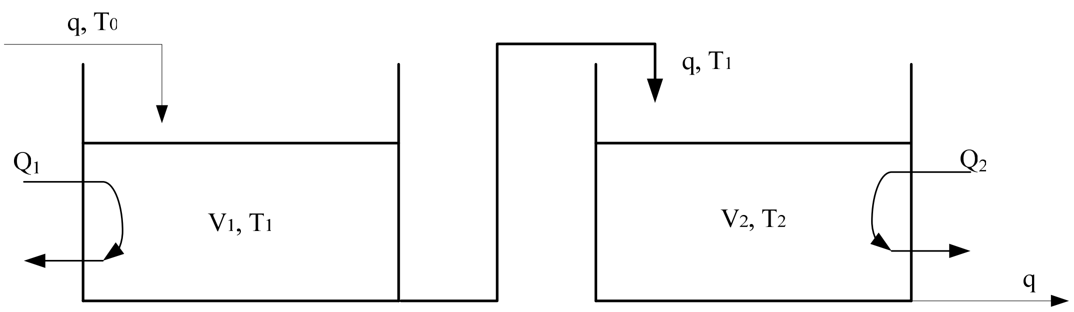
초기치는 $\lim_{t\to 0}\bar{T}(t)=\lim_{s\to\infty}s\bar{T}(s)=\lim_{s\to\infty}\dfrac{K}{(\tau s+1-k_1)}=0$

나중치는 $\lim_{t\to\infty}\bar{T}(t)=\lim_{s\to 0}s\bar{T}(s)=\lim_{s\to 0}\dfrac{K}{(\tau s+1-k_1)}=\dfrac{K}{(1-k_1)}$

14) 이 시스템은 공정온도 제곱에 반비례하게 공급열량을 조절하면서 온도를 제어하는 것이다. 주어진 제어시스템에 대하여 설명하고 공정의 안정성에 관하여 논하시오.

→ 본 제어시스템은 일정유량 **(q)** 의 온도 **T**$_i$ 가 임의적으로 변하면서 공정으로 유입될때, 열량 **Q** 를 조절하여 공정의 온도 **T** 를 제어하는 것이다. 여기에서 공급열량 **(Q)** 는 공정온도에 제곱에 비례하도록 설정되어 있다. 또한 본 제어시스템은 공정의 온도를 측정하여 공정온도를 제어하므로 **feedback** 제어로 분류된다.
본 공정에 대하여 모델링할 경우 유출입 질량유량이 같기 때문에 에너지 수지식만 세울 수 있다. 이때 정상상태 부근에서 공정의 온도는 초기치와 나중치가 어느 일정한 값에 수렴하므로 시간에 대하여 안정한 동특성을 보여주며, 따라서 안정된 제어구조를 갖는다.

3. 다음은 직렬로 연결된 **2**개의 가열 탱크를 보인 것이다. 액체의 밀도 (ρ), 비열 (C_p) 은 일정하며, 부피유량 **q** 는 일정하게 유지된다 **(10).**



1) 본 공정의 에너지 수지식을 세우고, 편차함수화 하여 라플라스 변환하시오. 단, 온도 (T_0, T_1, T_2) 와 유입열량 (Q_1, Q_2) 은 변수로 취급하시오. 또한 $\frac{\rho V_1 C_p}{\rho q C_p} = \tau_1$, $\frac{\rho V_2 C_p}{\rho q C_p} = \tau_2$, $\frac{1}{\rho q C_p} = k$ 라고 치환하시오.

1번 가열탱크에 대한 에너지 수지식은 다음과 같다.

$$\rho V_1 C_p \frac{dT_1}{dt} = \rho q C_p (T_0 - T_r) - \rho q C_p (T_1 - T_r) + Q_1$$
$$\rho V_1 C_p \frac{dT_1}{dt} = \rho q C_p (T_0 - T_1) + Q_1 \quad \textbf{(3-1)}$$

2번 가열탱크에 대한 에너지 수지식은 다음과 같다.

$$\rho V_2 C_p \frac{dT_2}{dt} = \rho q C_p (T_1 - T_r) - \rho q C_p (T_2 - T_r) + Q_2$$
$$\rho V_2 C_p \frac{dT_2}{dt} = \rho q C_p (T_1 - T_2) + Q_2 \quad \textbf{(3-2)}$$

정상상태의 온도를 T_{0s}, T_{1s}, T_{2s} 라고 하고, 유입열의 정상상태량을 Q_{1s}, Q_{2s} 라고 하여 정상상태에서 식 (3-2) 와 식(3-3) 을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\rho V_1 C_p \frac{dT_{1s}}{dt} = \rho q C_p (T_{0s} - T_{1s}) + Q_{1s}$$
$$\rho V_2 C_p \frac{dT_{2s}}{dt} = \rho q C_p (T_{1s} - T_{2s}) + Q_{2s} \quad \textbf{(3-3)}$$

5개 변수에 대한 편차함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\overline{T_0} = T_0 - T_{0s}$$
$$\overline{T_1} = T_1 - T_{1s}$$
$$\overline{T_2} = T_2 - T_{2s} \quad \textbf{(3-4)}$$
$$\overline{Q_1} = Q_1 - Q_{1s}$$
$$\overline{Q_2} = Q_2 - Q_{2s}$$

식(3-1) 과 식(3-2) 식에서 식(3-3) 을 빼고, 식(3-4) 를 이용하면 다음과 같이 편차함수화 된다.

$$\rho V_1 C_p \frac{d\overline{T_1}}{dt} = \rho q C_p (\overline{T_0} - \overline{T_1}) + \overline{Q_1}$$
$$\rho V_2 C_p \frac{d\overline{T_2}}{dt} = \rho q C_p (\overline{T_1} - \overline{T_2}) + \overline{Q_2} \quad \textbf{(3-5)}$$

식(3-5) 을 라플라스 변환하면 다음과 같이 정리된다.

$$\tau_1 s T_1(s) = T_0(s) - T_1(s) + kQ_1(s)$$
$$\tau_2 s T_2(s) = T_1(s) - T_2(s) + kQ_2(s) \qquad \textbf{(3-6)}$$

2) $T_2(s)$ 를 $T_0(s)$, 그리고 $Q_1(s)$, $Q_2(s)$ 등으로 간략하게 표현하시오.

식(3-6) 의 첫번째 식을 정리하면 다음과 같다.

$$T_1(s) = \frac{T_0(s)}{\tau_1 s + 1} + \frac{k}{\tau_1 s + 1} Q_1(s) \qquad \textbf{(3-7)}$$

식(3-6) 의 두번째 식을 정리하면 다음과 같다.

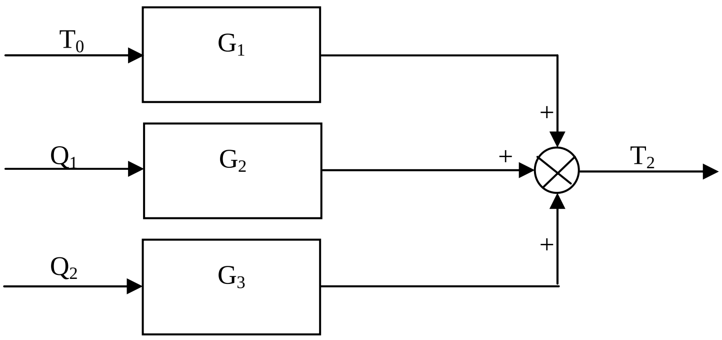
$$T_2(s) = \frac{T_1(s)}{\tau_2 s + 1} + \frac{k}{\tau_2 s + 1} Q_2(s) \qquad \textbf{(3-8)}$$

식(3-7) 을 식(3-8) 에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_2(s) &= \frac{1}{\tau_2 s + 1}\left(\frac{T_0(s)}{\tau_1 s + 1} + \frac{k}{\tau_1 s + 1} Q_1(s)\right) + \frac{k}{\tau_2 s + 1} Q_2(s) \\ &= \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} T_0(s) + \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} Q_1(s) + \frac{k}{\tau_2 s + 1} Q_2(s) \end{aligned}$$

3) $T_2(s)$ 에 대한 블록선도를 그려보시오.

윗식을 바탕으로 블록선도를 그리면 다음과 같다.



위 블런선도에서 $G_1 = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$, $G_2 = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$, $G_3 = \frac{k}{\tau_2 s + 1}$ 이다.

4. 본 과목에 있어서 수업내용, 수업방법, 수업태도 등에 보완할 점이 있다면 무엇입니까 (5) ?