

2.1

a) 30 °C 에서 벤젠 5g 이 50% 기상으로 증발되었을 때, 벤젠 액체의 엔탈피와 물 엔탈피는? 단, 기준 상태는 25 °C 이다.

다음과 같은 정보는 물성치 DB (<http://www.thermo.com>; Component Plus, Prosim, N116 전산실습실내 설치된 프로그램) 로부터 얻을 수 있다.

$$\rho^L = 0.88 \text{ g/cm}, M_w = 78.11 \text{ g/mol}, T_c = 562.05 \text{ K}, T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{303.15 \text{ K}}{562.05 \text{ K}} = 0.539$$

$$\Delta H^{vap} \approx 3.366 \times 10^4 \text{ J/mol}, C_p^L \approx 136.9 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, C_p^G \approx 82.6 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

풀이:

액상의 엔탈피는 다음과 같이 구한다.

$$\Delta H_{25 \rightarrow 30}^L = \int_{25}^{30} C_p^L dT \approx C_p^L (30 - 25) = 136.9 \times 5 = 684.5 \text{ J/mol}$$

기상의 엔탈피는 다음과 같이 구한다.

$$\Delta H_{25 \rightarrow 30}^G = \int_{25}^{30} C_p^G dT \approx C_p^G (30 - 25) = 82.6 \times 5 = 413 \text{ J/mol}$$

주어진 벤젠의 몰수는 다음과 같다.

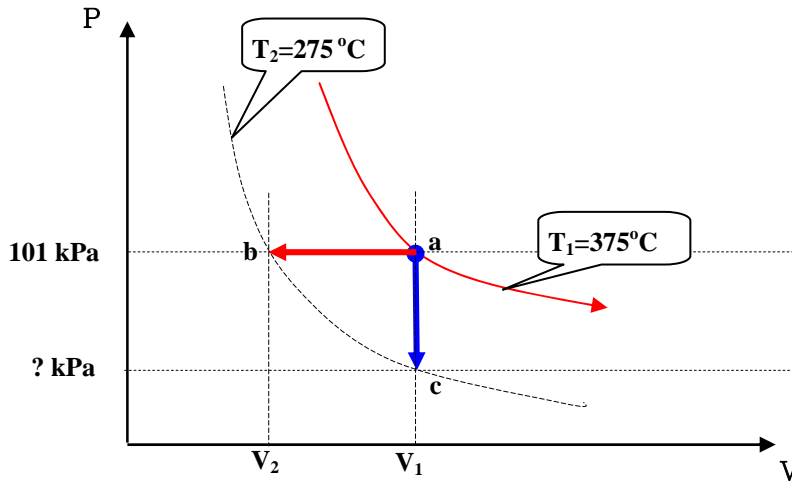
$$n_{Benzene} = \frac{W}{M_w} = \frac{5 \text{ g}}{78.11 \text{ g}} = 0.064 \text{ mol}$$

따라서 30°C, 50% 가 기상인 벤젠의 전체 엔탈피는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta H_{total} &= n_{Ben}^L \Delta H^L + n_{Ben}^G \Delta H^G + n_{Ben}^G \Delta H^{vap} \\ &= \frac{0.064 \text{ mol}}{2} \cdot \left(\frac{684.5 \text{ J}}{\text{mol}} + \frac{413 \text{ J}}{\text{mol}} + \frac{33660 \text{ J}}{\text{mol}} \right) \\ &= 1112.45 \text{ J} \end{aligned}$$

2.3 다음조건에서의 냉각열을 구하시오.

$$C_p = 3.5R, \quad C_v = 2.5R, \quad n = 3\text{mol}, \quad A = 0.1\text{m}^2, \quad W = 0.5\text{kg}, \quad R = 8.314 \frac{\text{m}^3\text{Pa}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$



a) a → b 로의 경우에서 냉각열은?

닫힌계에 대한 에너지 수지식은 다음과 같다.

$$dU = dQ - dW = dQ - PdV$$

$$dQ = dU + PdV$$

정압조건에서

$$dQ = d(U + PV) = dH$$

따라서 냉각열은 다음과 같다.

$$\Delta Q = \int dQ = \int_{375}^{275} C_p dT = C_p \Delta T$$

$$= \frac{3.5}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{8.314\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{-100\text{K}}{\text{mol}} = -2909.9\text{J} / \text{mol}$$

전체 기체의 몰수가 3몰이므로, 총 냉각열은 8729.7J 이다.

b) 일정부피에서 냉각열은 다음과 같다.

$$dU = dQ - dW = dQ - PdV$$

$$dQ = dU = C_v dT$$

$$\Delta Q = \int dQ = \int_{375}^{275} C_v dT = C_v \Delta T$$

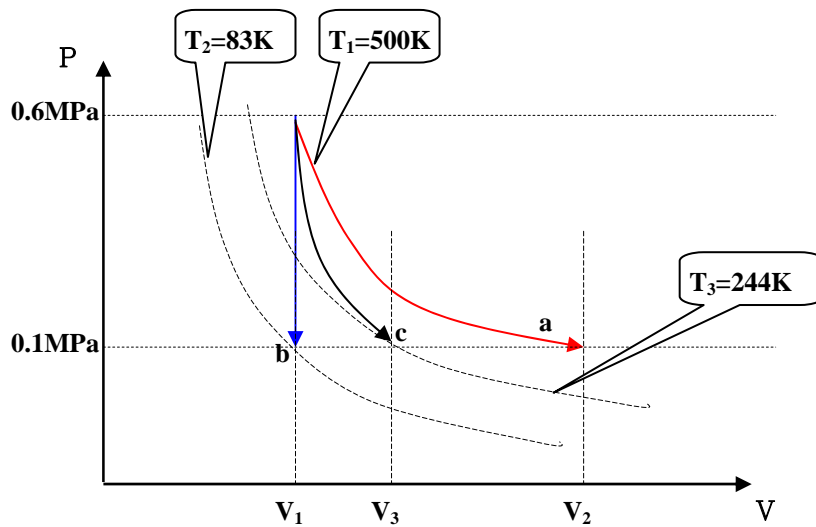
$$= \frac{2.5}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{8.314\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{-100\text{K}}{\text{mol}} = -2078.5\text{J} / \text{mol}$$

전체기체의 몰수가 3몰이므로, 총 냉각열은 6235.5J 이다.

2.7. 이상기체 1몰 ($C_p=5R/2$)이 세경로에 의해 감압될 때, 내부에너지 변화량 (ΔU), 엔탈피 변화량 (ΔH), 열 (Q), 그리고 수축/팽창일 (W_{EC})을 구하시오.

(a) 등온, (b) 일정부피, (c) 단열

세 과정에 대한 PVT 선도는 다음 그림에 나타내었다.



(a) 상태 1에서 2로 바뀌는 단한계의 에너지 수지식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{dm(U + gh + v^2/2)}{dt} \right] = m[U + gh + v^2/2]_1 - m[U + gh + v^2/2]_2 + Q - [W_s + W_{EC}]$$

정상상태 ($dU/dt=0$) 에서 운동에너지와 위치에너지가 없고, 축일 (W_s) 이 없는 피스톤/실린더에 대한 에너지 수지식은 다음과 같이 간략화된다.

$$\left[\frac{dmU}{dt} \right] \equiv 0 = mU_1 - mU_2 + Q - W_{EC}$$

따라서 내부에너지 변화량은

$$\Delta mU \equiv m(U_2 - U_1) = Q - W_{EC} \tag{식(7-1)}$$

내부에너지는 몰당 정적열용량을 통하여 구할 수 있고, 이상기체에 대하여 정적열용량은

$$C_p = C_v + R$$

$$C_v = C_p - R = \frac{5}{2}R - R = \frac{3}{2}R$$

따라서 내부에너지는

$$\Delta mU = m \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = m \frac{3}{2}R \cdot \Delta T \text{ [J]} \tag{식(7-2)}$$

등온과정에서 온도변화가 없으므로, 내부에너지 그리고 엔탈피변화량은 없다. 즉,

$$\Delta U = \Delta H = 0 \quad \text{식(7-3)}$$

식(7-3)을 식(7-1)에 대입하면,

$$Q = W_{EC} = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

이상기체 상태방정식을 이용하여 등온과정에서의 수축/팽창일을 구하면,

$$\begin{aligned} Q = W_{EC} &= \int_{V_1}^{V_2} P dV \\ &= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \end{aligned}$$

여기에서, $n = 1\text{mol}$, $R = 8.314\text{J/mol}\cdot\text{K}$, $T = 500\text{K}$ 이고, 부피는 이상기체상태방정식으로부터,

$$\begin{aligned} V_1 = \frac{nRT}{P_1} &= \frac{1\text{mol} \cdot 8.314\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{0.6 \times 10^6\text{Pa}} \cdot 500\text{K} \\ &= 6.928 \times 10^{-3}\text{m}^3 = 6.928\text{l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 = \frac{nRT}{P_2} &= \frac{1\text{mol} \cdot 8.314\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{0.1 \times 10^6\text{Pa}} \cdot 500\text{K} \\ &= 41.57 \times 10^{-3}\text{m}^3 = 41.57\text{l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q = W_{EC} &= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 500\text{K} \cdot \ln \frac{41.57}{6.928} \\ &= 7448.5\text{J} = 7.45\text{kJ} \end{aligned}$$

즉, 이 등온공정은 7.45 kJ의 열을 받아서 외부로 7.45 kJ의 일을 밖으로 방출하였다.

(b) 일정부피에서의 수축/팽창일은 없다. 식(7-1)과 식(7-2)로부터

$$\begin{aligned} \Delta mU &= Q \\ &= m \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = mC_v(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

T_2 를 구하기 위해 이상기체 상태방정식을 이용한다.

$$\begin{aligned} T_2 = \frac{P_2 V_1}{nR} &= \frac{0.1 \times 10^6\text{Pa} \cdot 6.93 \times 10^{-3}\text{m}^3}{1\text{mol} \cdot 8.314\text{Pa}\cdot\text{m}^3} \\ &= 83.3\text{K} \end{aligned}$$

따라서, 내부에너지 변화량은

$$\begin{aligned} \Delta mU &= Q \\ &= mC_v(T_2 - T_1) = 1\text{mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} (83.3\text{K} - 500\text{K}) = -5196.7\text{J} \end{aligned}$$

정적압축에 대한 본 공정은 내부에서 외부로 열 5197J 을 방출하고 내부에너지는 이열량만큼 감소하였으며, 결국 500 K 에서 83K 로 냉각되면서 압축되었다.

엔탈피 변화량은

$$\begin{aligned}\Delta mH &= m \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = m C_p \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (83.3 - 500) \text{ K} \\ &= -8661.1 \text{ J}\end{aligned}$$

상기의 엔탈피변화량은 내부에너지 변화량에 압력에 대한 계내의 에너지를 합한것이다.

(c) 단열경로에 대하여도 식(7-1) 을 사용한다. 단열에서는 열의 유출입이 없는 것이므로, $Q=0$ 이다. 즉,

$$\begin{aligned}\Delta mU &\equiv m(U_2 - U_1) = Q - W_{EC} \\ &= -W_{EC}\end{aligned}\tag{7-3}$$

내부에너지를 정적열용량으로 구하고, 수축/팽창일은 이상기체상태방정식을 통하여 구한다고 한다면, 이 공정의 최종온도를 알아야 한다. 최종온도를 알기위해, 식(7-3)의 미분꼴로부터 (교재 75쪽 참조),

$$\begin{aligned}dmU &= -dW_{EC} \\ mC_v dT &= -\frac{mRT}{V} dV\end{aligned}$$

변수분리를 통하여,

$$\begin{aligned}C_v \frac{dT}{T} &= -\frac{R}{V} dV \\ \int_{T_1}^{T_2} C_v \frac{dT}{T} &= -\int_{V_1}^{V_2} \frac{R}{V} dV \\ C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) &= -R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\end{aligned}\tag{7-4}$$

하지만, 뒷식으로부터 최종온도 (T_2) 를 알기 위해서는 최종부피 (V_2) 를 알아야 한다. 최종부피의 값 또한 알지 못하지만 최종압력은 알고 있으므로, 이상기체 상태방정식으로부터 부피는 압력항으로 바꾼다.

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1}, \quad \text{and} \quad V_2 = \frac{RT_2}{P_2}\tag{7-5}$$

식(7-5) 을 식(7-4)에 대입하면,

$$C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -R \ln\left(\frac{P_1 T_2}{P_2 T_1}\right) = -R \left[\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \right]$$

따라서 뒷식을 정리하면 (교재 75쪽 식 2.53 참조),

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{C_V} + \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^R = -R \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{C_V+R} = -R \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{-R}{C_V+R} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{-R}{C_V+R}}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{-R}{C_V+R}}$$

식(7-6)

따라서 최종온도 $T_2 = 500K \cdot \left(\frac{0.6}{0.1}\right)^{\frac{-2R}{5R}} = 244.2K$

내부에너지 변화량은

$$\begin{aligned} \Delta mU &= -W_{EC} \\ &= mC_V(T_2 - T_1) = 1\text{mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (244.2\text{K} - 500\text{K}) = -3190.1\text{J} \end{aligned}$$

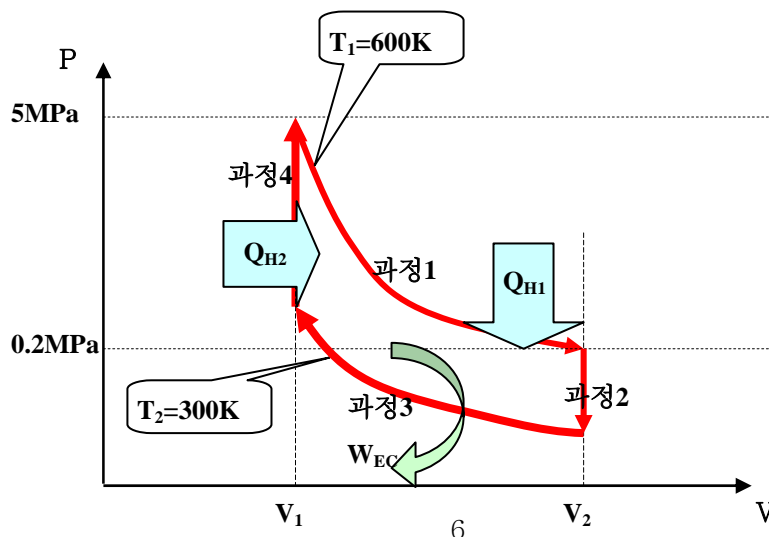
즉, 이 단열공정은 압축되면서, 냉각되며, 내부에너지가 감소하고 이 내부에너지의 감소량은 내부에서 외부로 일에너지로서 방출되었다.

엔탈피 변화량은

$$\begin{aligned} \Delta mH &= m \int_{T_1}^{T_2} C_p dT = mC_p \Delta T = 1\text{mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (244.2 - 500)\text{K} \\ &= -5316.8\text{J} \end{aligned}$$

2.13. $T_1=600\text{K}$, $P_1=5\text{MPa}$ 상태의 메탄가스 $n=1\text{mol}$ 이 존재하는 피스톤/실린더내의 계에 대하여, 다음을 계산하시오. 단, $C_p=44\text{J/mol}\cdot\text{K}$.

(a)



본공정은 정상상태의 닫힌계이며, 위치 및 운동에너지, 그리고 축일이 없고, 내부에너지의 변화량은 유입되는 열과 방출되는 일로서 계산된다.

$$\left[\frac{dm(U + gh + v^2/2)}{dt} \right] = m[U + gh + v^2/2]_1 - m[U + gh + v^2/2]_2 + Q - [W_s + W_{EC}]$$

$$\left[\frac{dmU}{dt} \right] \equiv 0 = mU_1 - mU_2 + Q - W_{EC}$$

$$\Delta mU \equiv m(U_2 - U_1) = Q - W_{EC} \quad \text{식(13-1)}$$

과정 1: 등온과정이므로, $\Delta U_1 = 0$, 따라서 $Q = W_{EC} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ 이다. 등온과정의 이상기체에 대하여,

$d(PV) = VdP + PdV = 0$ 이므로,

$$\begin{aligned} Q_1 = W_{EC1} &= \int_{V_1}^{V_2} PdV = -\int_{P_1}^{P_2} VdP \\ &= -nRT \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \\ &= -1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 600\text{K} \cdot \ln\left(\frac{0.2}{5}\right) \\ &= 16057\text{J} = 16.1\text{kJ} \end{aligned} \quad \text{식(13-2)}$$

즉, 본 과정은 내부에너지 변화가 없고, 공정내로 열 ($Q_1 = 16.1\text{kJ}$)이 유입되었고, 유입된 열은 공정 외부로 일 ($W_{EC1} = 16.1\text{kJ}$)로서 방출되었다.

과정 2: 등적과정이므로, 이단계에서 수축/팽창일 ($W_{EC3} = 0$)은 발생하지 않으며, 감압/냉각된다. 식(13-1)은 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} \Delta mU &\equiv m(U_2 - U_1) = Q \\ m \int_{T_1}^{T_2} C_v dT &= Q \end{aligned}$$

이상기체의 정적열용량은 $C_v = C_p - R$ 이므로,

$$C_v = 44 \frac{\text{J}}{\text{molK}} - 8.314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} = 35.686 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$$

따라서 1mol 메탄 기체에 대하여, 내부에너지 변화량은

$$\begin{aligned} \Delta mU &= mC_v(T_2 - T_1) = 1\text{mol} \cdot 35.686 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot (300 - 600)\text{K} \\ \Delta U_2 &= -10706\text{J} = -10.7\text{kJ} \end{aligned}$$

즉, 본 과정은 내부에너지가 감소하면서, 내부에서 외부로 열 ($Q_2 = -10.7\text{kJ}$)을 방출한다.

과정 3: 등온압축과정은 과정 1 과 동일하나 단지 부호만 반대로 될것이다. 즉, 본 과정은 내부에너지 변화가 없고, 공정밖으로 열 (Q_3) 이 방출되고, 유출된 열은 공정 내부로 유입되는 일 (W_{EC3})로서 총당되었다. 식(13-2) 을 그대로 이용하면,

$$Q = W_{EC} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

$$= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

초기상태의 부피는

$$V_1 = \frac{nRT}{P_1} = 1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300\text{K} \cdot \frac{1}{0.2 \times 10^6 \text{Pa}} = 0.0125\text{m}^3$$

나중부피는 과정 1 에서의 초기상태의 부피와 동일하므로,

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = 1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 600\text{K} \cdot \frac{1}{5 \times 10^6 \text{Pa}} = 0.001\text{m}^3$$

위에서 얻은 부피값을 이용하여, 수축/팽창일을 계산하면,

$$Q_3 = W_{EC3} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 300\text{K} \cdot \ln\left(\frac{0.001}{0.0125}\right)$$

$$= -6300\text{J} = -6.3\text{kJ}$$

과정 4: 등적 압축과정은 과정 2 에서 처럼, 수축/팽창일 ($W_{EC4} = 0$) 은 없고, 압축 가열된다.

$$\Delta mU = mC_V(T_2 - T_1) = 1\text{mol} \cdot 35.686 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot (600 - 300)\text{K}$$

$$\Delta U_4 = Q_4 = +10706\text{J} = +10.7\text{kJ}$$

따라서, 과정 1 에서 4 까지의 공정을 통하여 알짜 열과 일은

$$Q_{net} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$= 16.1 - 10.7 - 6.3 + 10.7 = 9.8\text{kJ}$$

$$(W_{EC})_{net} = W_{EC1} + W_{EC2} + W_{EC3} + W_{EC4}$$

$$= 16.1 + 0 - 6.3 + 0 = 9.8\text{kJ}$$

즉, 본 공정이 외부로부터 받은 알짜열량 $Q_{net} = 9.8\text{kJ}$ 은 내부에서 외부로 수행한 알짜 일 $(W_{EC})_{net} = 9.8\text{kJ}$ 로 모두 쓰여졌다. 반면 알짜 내부에너지 변화량은 없다.

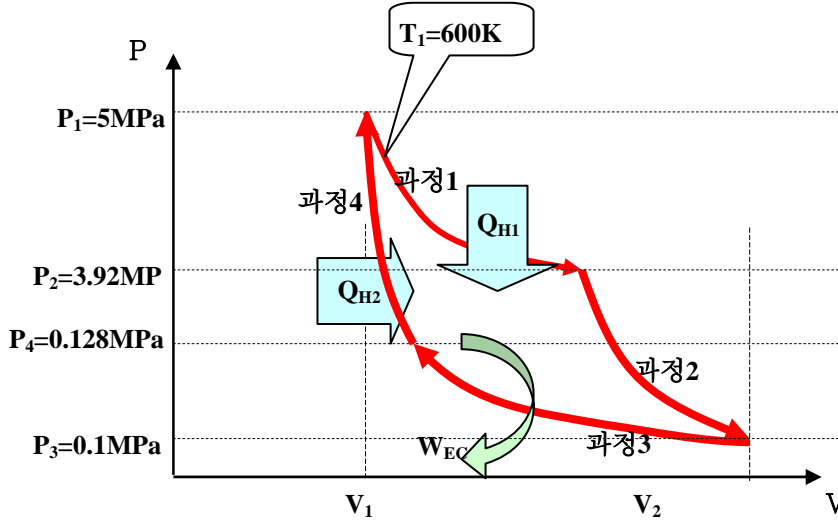
$$\Delta U_{net} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$$= 0 - 10.7 + 0 + 10.7 = 0\text{kJ}$$

본공정은 과정 1 과 과정 4 에서 계내로 열이 공급되고, 과정 2 와 과정 3 에서 열이 방출되며, 과정 1 에서 일을 외부로 주고, 과정 3 에서 일을 밖으로부터 받는다. 일반적으로 열효율은 공급된 열에 대한 계가 행한 일로 구하기 때문에, 열효율은 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = \frac{(W_{EC})_{performing}}{Q_{supplied}} = \frac{(W_{EC})_{net}}{Q_1 + Q_4} = \frac{9.8}{16.1 + 10.7} = 0.366$$

(b) 과정 1-4 를 그림으로 표현하면 다음과 같다.



본공정은 정상상태의 닫힌계이며, 위치 및 운동에너지, 그리고 축일이 없고, 내부에너지의 변화량은 유입되는 열과 방출되는 일로서 계산된다.

$$\left[\frac{dm(U + gh + v^2/2)}{dt} \right] = m[U + gh + v^2/2]_1 - m[U + gh + v^2/2]_2 + Q - [W_S + W_{EC}]$$

$$\left[\frac{dmU}{dt} \right] \equiv 0 = mU_1 - mU_2 + Q - W_{EC}$$

$$\Delta mU \equiv m(U_2 - U_1) = Q - W_{EC} \quad \text{식(13-3)}$$

과정 1: 등온과정이므로, $\Delta U_1=0$, 따라서 $Q = W_{EC} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ 이다. 등온과정에서 이상기체에 대하여, $d(PV) = VdP + PdV = 0$ 이므로,

$$\begin{aligned} Q_1 = W_{EC1} &= \int_{V_1}^{V_2} PdV = -\int_{P_1}^{P_2} VdP \\ &= -nRT \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \\ &= -1\text{mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 600\text{K} \cdot \ln\left(\frac{3.92}{5}\right) \\ &= 1213.9\text{J} = 1.21\text{kJ} \end{aligned} \quad \text{식(13-4)}$$

즉, 본 과정은 내부에너지 변화가 없고, 공정내로 열 ($Q_1 = 1.21\text{kJ}$)이 유입되었고, 유입된 열은 공정 외부로 일 ($W_{EC1} = 1.21\text{kJ}$)로서 방출되었다.

과정 2: 단열과정이므로, $Q_{EC2} = 0$ 이고, 압축/냉각/팽창된다. 식(13-3) 은 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} \Delta mU &\equiv m(U_2 - U_1) = -W_{EC} \\ m \int_{T_1}^{T_2} C_v dT &= -W_{EC} \end{aligned}$$

이상기체의 정적열용량은 $C_V = C_p - R$ 이므로,

$$C_V = 44 \frac{J}{molK} - 8.314 \frac{J}{molK} = 35.686 \frac{J}{molK}$$

따라서 1mol 메탄 기체에 대하여, 내부에너지 변화량을 알기위해서는 과정 2 에서 최종온도 (T_2) 를 알아야한다. 단열과정에서의 최종온도는 본 과제풀이 식(7-6) (또는 교재 75 쪽 참조) 으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{-R}{C_V+R}} \\ &= 600K \cdot \left(\frac{3.92MPa}{0.1MPa} \right)^{\frac{-8.314}{44}} = 300K \end{aligned}$$

따라서 내부에너지 변화량과 수축/팽창일은

$$\begin{aligned} \Delta mU &= -W_{EC} \\ &= m \int_{T_1}^{T_2} C_V dT = 1mol \cdot 35.7 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot (300 - 600)K \\ &= -10710J = -10.7kJ \end{aligned}$$

즉, 본 과정은 내부에너지가 감소하면서, 감소한 만큼의 에너지를 내부에서 외부로 일 ($W_{EC2} = 10.7kJ$) 을 방출한다.

과정 3: 등온압축과정은 과정 1 과 동일하나 단지 부호만 반대로 될것이다. 즉, 본 과정은 내부에너지 변화가 없고, 공정밖으로 열 (Q_3) 이 방출되고, 유출된 열은 공정 내부로 유입되는 일 (W_{EC3}) 로서 충당되었다. 식(13-4) 을 그대로 이용하면,

$$\begin{aligned} Q_3 &= W_{EC3} = \int_{V_3}^{V_4} P dV = - \int_{P_3}^{P_4} V dP \\ &= -nRT \int_{P_3}^{P_4} \frac{dP}{P} = -nRT \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right) \\ Q_3 &= W_{EC3} = -1mol \cdot 8.314 \frac{J}{molK} \cdot 300K \cdot \ln \left(\frac{0.128}{0.1} \right) \\ &= -615.7J = -0.616kJ \end{aligned}$$

과정 4: 단열 압축과정은 과정 2 처럼, $Q_{EC4} = 0$ 이고, 압축/가열/수축된다. 식(13-3) 은 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} \Delta mU &\equiv m(U_2 - U_1) = -W_{EC} \\ m \int_{T_3}^{T_4} C_V dT &= -W_{EC} \end{aligned}$$

이미 이 과정에서의 온도변화를 알고 있기 때문에,

$$\begin{aligned}\Delta mU &= -W_{EC} \\ &= m \int_{T_3}^{T_4} C_v dT = 1 \text{ mol} \cdot 35.7 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (600 - 300) \text{ K} \\ &= +10710 \text{ J} = +10.7 \text{ kJ}\end{aligned}$$

즉, 본 과정은 내부에너지가 증가하면서, 증가한 만큼은 외부에서 내부로 일에너지 ($W_{EC2} = 10.7 \text{ kJ}$) 로부터 공급받은 것이다.

결론적으로, 과정 1 에서 4 까지의 순환공정을 통하여 알짜 열과 일은

$$\begin{aligned}Q_{net} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \\ &= 1.21 + 0 - 0.616 + 0 = 0.594 \text{ kJ} \\ (W_{EC})_{net} &= W_{EC1} + W_{EC2} + W_{EC3} + W_{EC4} \\ &= 1.21 + 10.7 - 0.616 - 10.7 = 0.594 \text{ kJ}\end{aligned}$$

즉, 본 공정이 외부로부터 받은 알짜열량 $Q_{net} = 0.594 \text{ kJ}$ 은 내부에서 외부로 수행한 알짜일 ($(W_{EC})_{net} = 0.594 \text{ kJ}$) 로 모두 쓰여졌다. 반면 순수 내부에너지변화량은 없다.

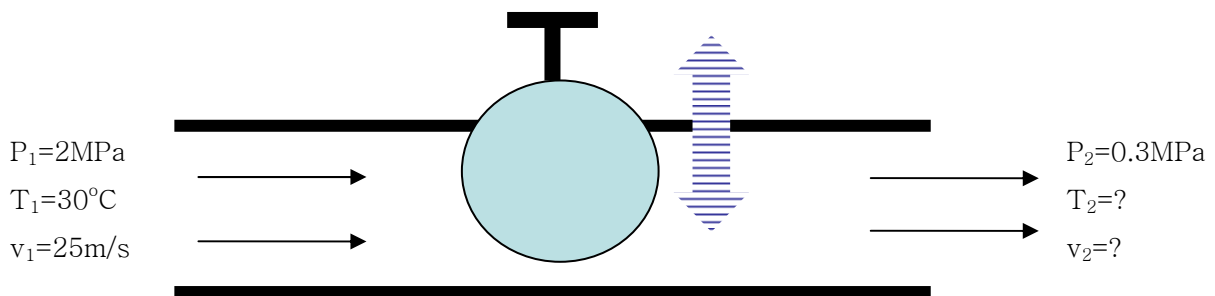
$$\begin{aligned}\Delta U_{net} &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \\ &= 0 - 10.7 + 0 + 10.7 = 0 \text{ kJ}\end{aligned}$$

본공정은 과정 1 에서만 계내로 열이 공급되고, 과정 3 에서 열이 방출되며, 과정 1 과 과정 2 에서 일을 밖으로 하고, 과정 3 과 과정 4 에서 일을 밖으로부터 받는다. 일반적으로 열효율은 공급된 열에 대한 계가 행한 일로 구하기 때문에, 열효율은 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = \frac{(W_{EC})_{performing}}{Q_{supplied}} = \frac{(W_{EC})_{net}}{Q_1} = \frac{0.594}{1.21} = 0.49$$

결국 정적공정 (a) 보다 단열공정 (b) 가 더 높은 열효율을 갖는다.

2.14 조름밸브에 대하여 기체의 배출온도와 배출속도계산. 단, $(M_w)_{air} = 28.8 \text{ g/mol}$, $C_p = 7R/2$



정상상태에서의 열린계 질량보존에 대한 물질수지식은

$$\frac{dm}{dt} \equiv 0 = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \quad \text{식(14-1)}$$

여기에서 $\dot{m} [\frac{kg}{s}]$ 은 질량유속 을 말하며, 속도, 단면적 그리고 밀도가 주어지면,

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A [\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s} \cdot m^2]$$

수평배관의 직경이 일정하므로 튜브의 단면적은 일정하므로, 식(14-1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &\equiv 0 = \rho_{in} A v_{in} - \rho_{out} A v_{out} \\ &= A(\rho_{in} v_{in} - \rho_{out} v_{out}) = 0 \end{aligned}$$

여기에서 한가지 주의할 점은 액체의 밀도는 압력변화에 따라 크게 변하지 않아서 일정하다고 가정할 수 있지만, 기체의 밀도는 압력에 따라 많이 변하기 때문에 유입공기와 유출공기의 밀도는 다른값을 갖는다. 위식으로부터,

$$\begin{aligned} (\rho_{in} v_{in} - \rho_{out} v_{out}) &= 0 \\ v_{out} &= \frac{\rho_{in} v_{in}}{\rho_{out}} \end{aligned} \tag{14-2}$$

이상기체 상태방정식으로부터, 밀도는 다음과 같다.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM_w}{RT}$$

이 밀도식을 식(14-2)에 대입하면,

$$\begin{aligned} v_{out} &= \frac{\rho_{in} v_{in}}{\rho_{out}} \\ &= \frac{P_{in} M_w}{RT_{in}} \cdot \frac{RT_{out}}{P_{out} M_w} v_{in} \\ &= \frac{P_{in} \cdot v_{in}}{T_{in} \cdot P_{out}} T_{out} \end{aligned}$$

따라서 주어진 값을 대입하여 정리하면,

$$v_{out} [m/s] = \frac{2MPa \cdot 25 \frac{m}{s}}{303.15K \cdot 0.3MPa} T_{out} = 0.55 T_{out} [K] \tag{14-3}$$

배출온도를 알기위하여 에너지 보존에 의한 에너지수지식을 세워야한다. 열린계의 에너지수지식은

$$\left[\frac{dm(H + gh + v^2/2)}{dt} \right] = [H + gh + v^2/2]_{in} \times \dot{m}_{in} - [H + gh + v^2/2]_{out} \times \dot{m}_{out} + \dot{Q} - [\dot{W}_S + \dot{W}_{EC}]$$

주어진 계는 정상상태이고, 위치에너지가 없고, 입출입 질량유속은 식(14-1)로부터 동일하다. 그리고 열의 입출입 또한 없는 단열계이고, 축일이나 유체의 수축/팽창에 의한 일도 없으므로,

$$\begin{aligned} \frac{dmH}{dt} &\equiv 0 = \dot{m}(H_{in} - H_{out}) + \dot{m}(\frac{v_{in}^2}{2} - \frac{v_{out}^2}{2}) \\ H_{out} - H_{in} &= \frac{v_{in}^2}{2} - \frac{v_{out}^2}{2} \end{aligned} \tag{14-4}$$

식(14-4) 에서 주의해야 할 사항은 우변과 좌변의 단위가 같도록 맞추어야 한다. 즉, 우변의 단위가 $[\frac{m^2}{s^2}]$ 이므로, 단위질량당 엔탈피의 단위도 이단위에 맞추어야 한다. 즉, $H[\frac{J}{kg}] = \frac{kgm^2}{s^2} \cdot \frac{1}{kg} = \frac{m^2}{s^2}$.

엔탈피변화량은 정압열용량으로 구할수 있으므로,

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_{out} - H_{in} = C_p(T_{out} - T_{in}) \\ &= \frac{7}{2}R(T_{out} - 303.15K) = 29.1T_{out} - 8821 \frac{J}{mol} \end{aligned} \quad \text{식(14-5)}$$

식(14-5) 의 단위는 J/mol 단위를 갖기 때문에 주어진 정압열용량을 질량단위로 환산하여야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{7}{2}R[\frac{J}{molK}] \\ (C_p)_{air} &= \frac{7}{2}R[\frac{J}{mol \cdot K}] \cdot \frac{1}{M_w}[\frac{mol}{kg}] = \frac{7}{2}R \cdot \frac{1}{28.8 \times 10^{-3}} \\ &= 1010.38 \frac{J}{kgK} = 1010.38 \frac{m^2}{s^2 \cdot K} \end{aligned} \quad \text{식(14-6)}$$

식(14-6) 을 이용하여 엔탈피 변화량을 다시 계산하면, 식(14-5) 는 다음과 같이 바뀐다.

$$\Delta H = 1010.38 \frac{m^2}{s^2 \cdot K} (T_{out} - 303.15K) = 1010.38T_{out} - 306297 \frac{m^2}{s^2} \quad \text{식(14-7)}$$

식(14-7) 을 식(14-4)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} H_{out} - H_{in} &= \frac{v_{in}^2}{2} - \frac{v_{out}^2}{2} \\ 1010.38T_{out} - 306297 &= \frac{v_{in}^2}{2} - \frac{v_{out}^2}{2} \end{aligned}$$

윗식에 주어진 값에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} T_{out}[K] &= \frac{1}{1010.38} \left(\frac{25^2}{2} - \frac{v_{out}^2}{2} + 306297 \right) \\ &= 303.46 - \frac{v_{out}^2}{2020.76} \end{aligned} \quad \text{식(14-8)}$$

결국, 질량보존식과 에너지 보존식을 이용하여, 이 조름벨브는 식(14-3) 과 식(14-8) 으로 표현된다. 즉, 두개의 변수 (v_{out}, T_{out}) 에 대하여 2 개의 식이 존재한다. 식(14-3) 을 식(14-8) 에 대입하면,

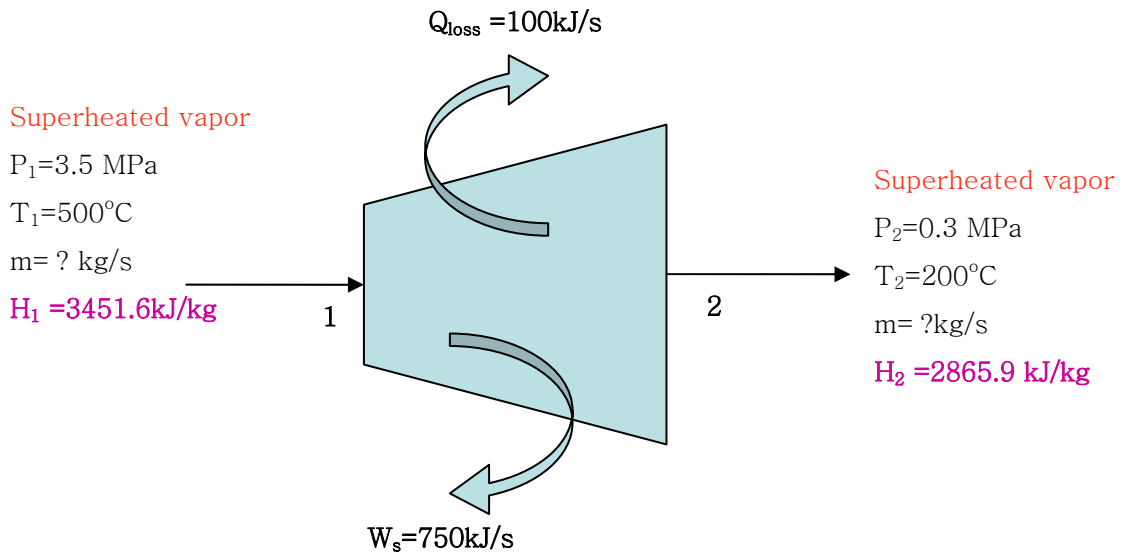
$$\begin{aligned} T_{out}[K] &= 303.46 - \frac{(0.55T_{out})^2}{2020.76} \\ 0.3025T_{out}^2 + 2020.76T_{out} - 613219.83 &= 0 \end{aligned}$$

윗식은 2 차방정식의 해를 요구하며, 근의공식에 의해, 음수근을 제외하면서,

$$\begin{aligned} T_{out} &= \frac{-2020.76 \pm \sqrt{2020.76^2 + 4 \cdot 0.3025 \cdot 613219.83}}{2 \cdot 0.3025} = \frac{-2020.76 \pm 2196.7}{0.605} \\ &= 290.8K = 17^\circ C \end{aligned}$$

따라서 식(14-3) 으로부터, $v_{out}[m/s] = 0.55 \frac{m}{s} \frac{1}{K} \times 209.8K = 160 \frac{m}{s}$.

2.18 문제에서 주어진 값들을 단열터빈 그림으로 표현하면,



과포화 수증기의 엔탈피값은 교재 부록 D.7 에서 얻었다. 정상상태의 터빈공정에서, 위치에너지, 운동에너지, 그리고 기체부피증가에 따른 수축/팽창일은 무시하므로,

$$\left[\frac{dm(H + gh + v^2/2)}{dt} \right] = \dot{m}[H + gh + v^2/2]_1 - \dot{m}[H + gh + v^2/2]_2 + \dot{Q} - [\dot{W}_s + \dot{W}_{ec}]$$

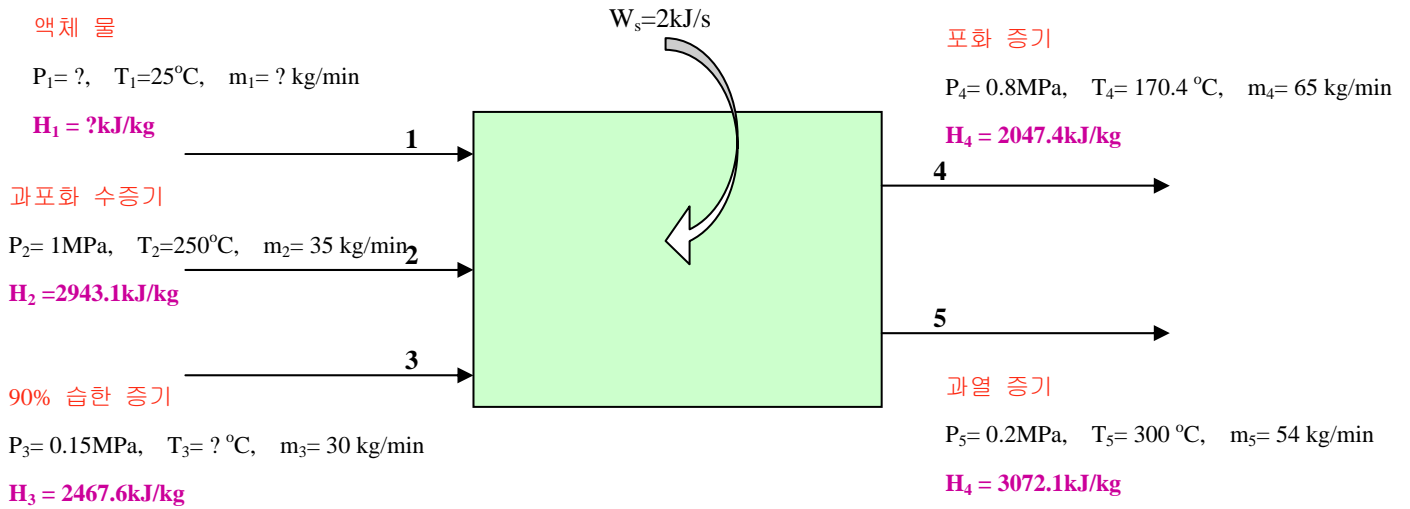
$$\frac{dmH}{dt} \equiv 0 = \dot{m}(H_1 - H_2) - \dot{Q}_{loss} - \dot{W}_s$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{loss} + \dot{W}_s}{H_1 - H_2}$$

문제에서 주어진 값을 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{\dot{Q}_{loss} + \dot{W}_s}{H_1 - H_2} \\ &= \frac{(100 + 750) \frac{kJ}{s}}{(3451.6 - 2865.9) \frac{kJ}{kg}} = 1.45 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

2.20. 공장내 에너지 수지 계산



위 그림에서 엔탈피 (H_2 , H_4 , H_5) 는 교재 부록 D.7 에서 얻을 수 있다. 그리고 H_3 는 문제에서 주어지고, H_1 은 액체 물에 대한 엔탈피이므로 부록 D.2 (교재 566 쪽) 의 표를 참조하여 구한다.

$$\left(\frac{C_p}{R}\right)_{\text{water}} = 8.712 + 1.25 \times 10^{-3} T$$

기준온도는 273.15K 이므로, 25°C 까지 적분하여 엔탈피를 구한다.

$$\begin{aligned} H_1 &= \int_{273.15}^{298.15} C_p dT = R \int_{273.15}^{298.15} (8.712 + 1.25 \times 10^{-3} T) dT \\ &= R \left(8.712 T + \frac{1.25 \times 10^{-3}}{2} T^2 \right)_{273.15}^{298.15} \\ &= 235.65 R = 1959 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \\ &= 1959 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \cdot \frac{\text{mol}}{18 \text{ g}} = 108.8 \frac{\text{J}}{\text{g}} \\ &= 108.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

본공장을 분석하기 위해서 먼저 질량보존식을 이용하고, 다음으로 에너지보존식을 이용한다.
 먼저 정상상태의 질량보존식에서,

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &\equiv 0 = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \\ &= (m_1 + m_2 + m_3) - (m_4 + m_5) \\ &= (m_1 + 35 + 30) - (65 + 54) \end{aligned}$$

따라서 $m_1 = 54 \text{ kg/min}$

두번째로 열린계의 에너지 보존식으로부터, 정상상태 ($dH/dt=0$), 운동에너지와 위치에너지가 무시되면서, 공정의 수축/팽창일이 존재하지 않으므로,

$$\left[\frac{dm(H + gh + v^2/2)}{dt} \right] = \dot{m}[H + gh + v^2/2]_1 - \dot{m}[H + gh + v^2/2]_2 + \dot{Q} - [\dot{W}_s + \dot{W}_{EC}]$$

즉,

$$\frac{dmH}{dt} \equiv 0 = (\dot{m}H)_{in} - (\dot{m}H)_{out} + \dot{Q} - \dot{W}_s$$

주어진 값들을 대입하면,

$$\begin{aligned} 0 &= (54 \cdot 108.8 + 35 \cdot 2943.1 + 30 \cdot 2467.6) \frac{kJ}{min} - (65 \cdot 2768.3 + 54 \cdot 3072.1) \frac{kJ}{min} + \dot{Q} + 2 \frac{kJ}{s} \frac{60s}{min} \\ \dot{Q} &= +162801.2 kJ / min \\ &= 163 MJ / min \\ &= 2713 kW \end{aligned}$$

즉, 이 공장은 전체적으로 2713 kW 가 공장내로 공급되어야 한다.